

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 1, осенний семестр 1998/99 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию

$$f(z) = \frac{7z^2}{z^2 + 5iz + 6}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = \pi i$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{\sin \pi z + \operatorname{ch} \frac{i\pi}{z}}{\left(i + e^{\frac{i\pi}{z}}\right)^3}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3. $\oint_{|z|=2} \frac{2z + \pi}{\operatorname{th}(2iz) + i \operatorname{ctg} 3z} dz .$

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(3x - 2)}{x^2 + 2x + 10} dx .$

5. $\int_1^2 \sqrt[4]{(x-1)(2-x)^3} .$

6. Пусть $h(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt{\frac{3-z}{z}}$ в плоскости с разрезами по кривым $\{|z| = 3, \operatorname{Im} z \geq 0\}$ и $\left\{ \left|z + \frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}, \operatorname{Im} z \leq 0 \right\}$ такая, что $h(-1) = 2i$. Разложить $h(z)$ в ряд Лорана по степеням z в окрестности точки $z = \infty$ и вычислить

$$\operatorname{res}_{z=\infty} \frac{z^2 h(z)}{3+4z} .$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 2, осенний семестр 1998/99 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию

$$f(z) = \frac{z^2 + 6iz + 3}{z^2 + 2iz + 3}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = ie$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{e^{\cos \frac{\pi i}{2z}} - 1}{i + \operatorname{sh} \frac{3\pi z}{2}}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3. $\oint_{|z|=2} \frac{2z + \pi i}{\operatorname{cth} 3z - \operatorname{th} 2z} dz .$

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(7x - 1)}{x^2 + 4x + 5} dx .$

5. $\int_{-2}^1 \sqrt[3]{(x - 1)^2(x + 2)} .$

6. Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь функции $\operatorname{Ln} \frac{z+5}{1-z}$ в плоскости с разрезом по кривой $\{|z+2|=3, \operatorname{Im} z \geq 0\}$, такая, что $\operatorname{Im} g(10) = -3\pi$. Разложить $g(z)$ в ряд Тейлора по степеням $(z+2)$ в окрестности точки $z = -2$ и вычислить

$$\operatorname{res}_{z=-2} \frac{(z+2+3\pi i)g(z)}{(z+2)^2} .$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 3, осенний семестр 1998/99 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию

$$f(z) = \frac{3z^2 - 8iz - 6}{z^2 - 3iz - 2}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = \frac{\pi}{2}$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{\operatorname{sh} \pi z - \cos \frac{i\pi}{z}}{\left(i - e^{\frac{\pi}{z}}\right)^2}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3. $\oint_{|z|=2} \frac{(2z - \pi)}{\operatorname{tg} 2z + \operatorname{ctg} 3z} dz .$

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(x + 5)}{x^2 - 6x + 18} dx .$

5. $\int_{-3}^1 \sqrt[4]{(x + 3)^3(1 - x)} .$

6. Пусть $h(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt{2z - z^2}$ в плоскости с разрезом по кривой $\{|z - 1| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$ такая, что $h(1) = 1$. Разложить $h(z)$ в ряд Лорана по степеням z в окрестности точки $z = \infty$ и вычислить

$$\operatorname{res}_{z=\infty} \frac{zh(z)}{2z + 1} .$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 4, осенний семестр 1998/99 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию

$$f(z) = \frac{3iz^2}{z^2 - 5iz - 4}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 3i$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{e^{\sin \frac{\pi i}{z}} - 1}{\operatorname{ch}^4 \pi z}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3. $\int_{|z|=2} \frac{2z - \pi i}{\operatorname{ctg}(3iz) + i \operatorname{th} 2z} dz .$

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(2x + 1)}{x^2 + 6x + 10} dx .$

5. $\int_{-3}^{-1} \sqrt[3]{(x+3)(x+1)^2} dx .$

6. Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь функции $\operatorname{Ln} \frac{z-2}{z+2}$ в плоскости с разрезом по кривой $\{|z|=2, \operatorname{Im} z \geq 0\}$, такая, что $g(0) = -5\pi i$. Разложить $g(z)$ в ряд Лорана по степеням z в окрестности точки $z = \infty$ и вычислить

$$\operatorname{res}_{z=\infty} \frac{z^2 g(z)}{1 + \pi iz} .$$
